

---

# Geometrische Grundlagen der Architekturdarstellung

---

Cornelie Leopold

# Geometrische Grundlagen der Architekturdarstellung

Mit 3D-Modellen und Animationen  
zur räumlichen Vorstellung

7., aktualisierte Auflage

Unter Mitwirkung von Andreas Matievits

Cornelie Leopold  
fatuk (Fachbereich Architektur)  
Technische Universität Kaiserslautern  
Kaiserslautern, Deutschland

Ursprünglich erschienen bei W. Kohlhammer Verlag, Stuttgart, bis zur 3. Auflage 2009

ISBN 978-3-658-36240-9      ISBN 978-3-658-36241-6 (eBook)  
<https://doi.org/10.1007/978-3-658-36241-6>

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

© Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH, ein Teil von Springer Nature 2012, 2015, 2019, 2022

Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung, die nicht ausdrücklich vom Urheberrechtsgesetz zugelassen ist, bedarf der vorherigen Zustimmung des Verlags. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Bearbeitungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Die Wiedergabe von allgemein beschreibenden Bezeichnungen, Marken, Unternehmensnamen etc. in diesem Werk bedeutet nicht, dass diese frei durch jedermann benutzt werden dürfen. Die Berechtigung zur Benutzung unterliegt, auch ohne gesonderten Hinweis hierzu, den Regeln des Markenrechts. Die Rechte des jeweiligen Zeicheninhabers sind zu beachten.

Der Verlag, die Autoren und die Herausgeber gehen davon aus, dass die Angaben und Informationen in diesem Werk zum Zeitpunkt der Veröffentlichung vollständig und korrekt sind. Weder der Verlag, noch die Autoren oder die Herausgeber übernehmen, ausdrücklich oder implizit, Gewähr für den Inhalt des Werkes, etwaige Fehler oder Äußerungen. Der Verlag bleibt im Hinblick auf geografische Zuordnungen und Gebietsbezeichnungen in veröffentlichten Karten und Institutionsadressen neutral.

Umschlaggrafik: Andreas Matievits, Axonometrie des Sonderegger-Wohnhauses (Gebäudeentwurf Beat Consoni)

Lektorat: Dipl.-Ing. Ralf Harms

Springer Vieweg ist ein Imprint der eingetragenen Gesellschaft Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH und ist ein Teil von Springer Nature.

Die Anschrift der Gesellschaft ist: Abraham-Lincoln-Str. 46, 65189 Wiesbaden, Germany

# INHALTSVERZEICHNIS

Vorwort	9
Hinweise zu den digitalen 3D-Modellen und Animationen	11
<b>1 EINFÜHRUNG</b>	<b>15</b>
1.1 Aufgaben der Geometrie für die Architekturdarstellung	15
1.2 Kommunikationsprozess	19
1.3 Zeichnen	21
1.3.1 Anfänge des Zeichnens	21
1.3.2 Grafisches Zeichensystem	24
1.4 Visuelle Wahrnehmung	25
1.5 Raumvorstellung	28
1.5.1 Bedeutung der Raumvorstellung	28
1.5.2 Entwicklung des Raumvorstellungsvermögens	31
<b>2 ABBILDUNGSMETHODEN</b>	<b>33</b>
2.1 Projektionsarten	33
2.1.1 Zentralprojektion	34
2.1.2 Parallelprojektion	36
2.2 Invarianten der Abbildungen	38
2.2.1 Invarianten der Parallelprojektion	38
2.2.2 Invarianten der Zentralprojektion	40
2.3 Projektive Erweiterung des Anschauungsraumes	42
2.4 Abbildungsmethoden zur Rekonstruktion des räumlichen Objektes aus der Zeichnung	44
2.4.1 Kотиerte Projektion	44
2.4.2 Zugeordnete Normalrisse (Zweitafel- bzw. Dreitafelprojektion)	45
2.4.3 Axonometrie	50
2.4.4 Rekonstruktion bei der Zentralprojektion	50
2.5 Navigation im dreidimensionalen digitalen Modell	51
<b>3 PARALLEL- UND ZENTRALPROJEKTION EBENER FIGUREN</b>	<b>53</b>
3.1 Parallelprojektion ebener Figuren - Affinität	53
3.2 Zentralprojektion ebener Figuren - Kollineation	57
3.3 Affines Bild eines Kreises	61
3.4 Ellipsenkonstruktionen	67
3.4.1 Punktkonstruktion aus Haupt- und Nebenseiteln	67
3.4.2 Papierstreifenkonstruktion	68
3.4.3 Konstruktion der Ellipsenachsen aus einem Paar konjugierter Durchmesser nach Rytz	69
3.4.4 Scheitelkrümmungskreise der Ellipse	71
3.4.5 Punktkonstruktion aus konjugierten Ellipsendurchmessern	73
3.4.6 Die Gärtnerkonstruktion der Ellipse	74

<b>4</b>	<b>AXONOMETRIE</b>	<b>75</b>
4.1	Schiefe Axonometrie	78
4.1.1	Grundrissaxonometrie	78
4.1.2	Aufrissaxonometrie	79
4.2	Normale Axonometrie	80
4.3	Zeichenmethoden	81
4.3.1	Axonometrische Aufbaumethode	81
4.3.2	Einschneideverfahren	83
4.4	Orientierung	84
4.5	Axonometrievarianten	85
4.5.1	Durchsichtaxonometrie	85
4.5.2	Schnittaxonometrie	86
4.5.3	Explosionsaxonometrie	87
4.6	Computergestützte Axonometrie	88
<b>5</b>	<b>ZUGEORDNETE NORMALRISSE - ZWEITAFEL- BZW. DREITAFELPROJEKTION</b>	<b>91</b>
5.1	Darstellung von Punkten	92
5.2	Darstellung von Geraden	93
5.3	Darstellung von Ebenen	96
5.4	Grundaufgaben der Lage	99
5.4.1	Lage zweier Geraden im Raum	99
5.4.2	Verbindungsebene dreier Punkte	101
5.4.3	Schnittpunkt einer Geraden mit einer Ebene	102
5.4.4	Schnittgerade zweier Ebenen	104
5.5	Seitenrisse	106
5.6	Grundaufgaben des Messens	110
5.6.1	Wahre Größe einer Strecke	110
5.6.2	Neigungswinkel einer Geraden gegen die Grundrissebene	112
5.6.3	Abtragen einer gegebenen Strecke auf einer Geraden	112
5.6.4	Wahre Gestalt einer ebenen Figur	113
5.6.5	Normale einer Ebene	115
5.6.6	Abstand eines Punktes von einer Ebene	116
5.6.7	Normalriss eines Kreises	117
<b>6</b>	<b>POLYEDER</b>	<b>119</b>
6.1	Platonische Körper	121
6.2	Archimedische Körper	128
<b>7</b>	<b>GEKRÜMMTE FLÄCHEN UND KÖRPER</b>	<b>129</b>
7.1	Erzeugung und Unterscheidung gekrümmter Flächen und Körper	129
7.1.1	Strahlflächen	130
7.1.2	Schiebflächen	132
7.1.3	Drehflächen	132
7.1.4	Schraubflächen	134
7.2	Krümmung von Flächen	136
7.3	Darstellung gekrümmter Flächen	139
7.4	Grundformen	142

7.4.1	Kugel	143
7.4.2	Zylinder	147
7.4.3	Kegel	150
<b>8</b>	<b>DURCHDRINGUNGEN GEKRÜMMTER FLÄCHEN</b>	<b>159</b>
8.1	Verschiedene Arten von Durchdringungen	159
8.2	Punktkonstruktion	162
8.2.1	Punktkonstruktion mit Hilfsebenen	162
8.2.2	Punktkonstruktion mit Hilfskugeln	165
8.3	Tangentenkonstruktion	166
<b>9</b>	<b>ABWICKLUNG</b>	<b>169</b>
9.1	Abwicklung von Polyedern	170
9.2	Abwicklung von gekrümmten Körpern	171
9.2.1	Abwicklung eines Drehzylinders	172
9.2.2	Abwicklung eines Drehkegels	174
<b>10</b>	<b>LICHT UND SCHATTEN</b>	<b>177</b>
10.1	Schattenkonstruktionen bei Parallelbeleuchtung	180
10.1.1	Schattenkonstruktionen ebenflächiger Körper	183
10.1.2	Schattenkonstruktionen gekrümmter Körper	187
10.1.3	Schattenkonstruktionen von Körpern auf andere Körper	190
10.2	Schattenkonstruktionen bei Zentralbeleuchtung	193
<b>11</b>	<b>KOTIERTE PROJEKTION</b>	<b>195</b>
11.1	Darstellung von Kurven und Flächen	196
11.1.1	Darstellung einer Geraden	196
11.1.2	Darstellung einer Ebene	198
11.1.3	Darstellung eines Drehkegels	198
11.2	Grundaufgaben bei Geländebearbeitungen	198
11.2.1	Ebene durch horizontale Gerade	199
11.2.2	Schnitt zweier Flächen bzw. Ebenen	200
11.2.3	Ebene durch geneigte Gerade	201
11.2.4	Gerade in eine Ebene legen	202
11.2.5	Böschungfläche durch kreisförmige horizontale Plattform	203
11.2.6	Böschungfläche durch beliebige Raumkurve	205
11.3	Querprofil	206
11.4	Dachausmittlung	207
11.4.1	Dachausmittlung bei gleich geneigten Dachebenen	208
11.4.2	Dachausmittlung bei unterschiedlich geneigten Dachebenen	209
<b>12</b>	<b>NORMALE AXONOMETRIE</b>	<b>211</b>
12.1	Grundgesetze der normalen Axonometrie	211
12.2	Einschneiderverfahren	216
12.3	Computergestützte normale Axonometrie	226
<b>13</b>	<b>ZENTRALPROJEKTION - PERSPEKTIVE</b>	<b>227</b>
13.1	Entwicklung der Perspektive als Nachbildung des Sehens	229

13.2	Bestimmungselemente der Zentralprojektion	230
13.3	Zeichenmethoden	232
13.3.1	Durchstoßmethode	232
13.3.2	Spurpunkt-Fluchtpunkt-Methode	235
13.3.3	Kollineation	237
13.4	Messen in der Perspektive	242
13.4.1	Messen einer Strecke	241
13.4.2	Messen eines Winkels	247
13.5	Teilen in der Perspektive	248
13.6	Perspektives Bild eines Kreises	253
13.7	Randverzerrungen	260
13.8	Wahl der Parameter einer Perspektive	264
13.9	Licht und Schatten in der Perspektive	268
13.9.1	Schatten in der Perspektive bei Parallelbeleuchtung	268
13.9.2	Schatten in der Perspektive bei Zentralbeleuchtung	275
13.10	Spiegelung in der Perspektive	276
13.10.1	Horizontale Spiegelebene	277
13.10.2	Vertikale Spiegelebene	279
13.11	Fotorekonstruktion	281
13.11.1	Fotorekonstruktion bei bekanntem horizontalen Rechteck	283
13.11.2	Fotorekonstruktion bei bekanntem vertikalen Rechteck	285
13.12	Geneigte Bildebene	287
13.12.1	Blick nach unten	289
13.12.2	Blick nach oben	292
13.13	CAD-Perspektiven und Renderings	293
<b>ANHANG</b>		<b>297</b>
	Geometrische Grundkonstruktionen	298
	Bezeichnungen	300
	Literatur	301
	Abbildungsnachweis	305
	Index	309

## Vorwort

Dieses Buch wendet sich insbesondere an Studierende der Architektur, des Bauingenieurwesens, der Stadt- und Raumplanung sowie an alle, die einen Beruf im Bereich des Planen und Bauens erlernen oder dort bereits tätig sind. Es beschäftigt sich mit der Geometrie als Basis der Architektur und ihrer Darstellung. Die Geometrie ermöglicht, die Formen räumlicher Objekte zu erfassen und zu beschreiben sowie diese auf zweidimensionalen Zeichnungsträgern darzustellen. Sie schafft die Hintergründe und Voraussetzungen der Architekturzeichnungen als Grundlage für das Bauen sowie als Kommunikationsmedien im Entwurfs-, Planungs- und Ausführungsprozess. Das vorliegende Buch führt in die geometrischen Grundlagen der Architekturdarstellung ein. Die Kapitel bauen inhaltlich aufeinander auf, ihre Reihenfolge ist didaktisch motiviert. Die hier vorgestellten geometrischen Grundlagen haben einen universellen Anspruch der Anwendbarkeit und werden in diesem Buch exemplarisch an der Architektur aufgezeigt. Fotos von gebauter Architektur und Architekturzeichnungen verdeutlichen die Zusammenhänge und lassen mögliche Anwendungsbereiche sichtbar werden. Zeichnungen von Studierenden zeigen an einigen Beispielen die Umsetzung in Studienprojekten. Die räumliche Vorstellung wird durch die Verknüpfung der geometrischen Grundlagen mit Architekturobjekten erleichtert. Die Kenntnisse der geometrischen Grundlagen sowie die räumliche Vorstellungsfähigkeit sind auch für computergestütztes Zeichnen, Modellieren und Visualisieren bedeutend. Es ist ein wesentliches Ziel dieses Buches, räumliche Vorstellungsfähigkeit und räumliches Denken zu vermitteln und zu vertiefen. Die Leserinnen und Leser sollten sich die Inhalte stets räumlich vorstellend erarbeiten. Dieser Prozess kann durch Modelle und eigenes Zeichnen unterstützt werden.

Um den räumlichen Vorstellungsprozess noch stärker zu unterstützen, wurden die meisten Beispiele dieses Buches seit der 6. Auflage in digitalen 3D-Modellen umgesetzt. Prozesse und Zeichenmethoden wurden ergänzend als Animationen visualisiert. Diese 3D-Modelle sind auf der Plattform Sketchfab aufrufbar, sowohl auf der Sketchfab Website - <https://sketchfab.com/cornelieleopold/collections> - als auch auf Apps für Smartphone und Tablets, so dass diese stets begleitend beim Lesen des Buches benutzt werden können. Durch eine Sonderförderung im Rahmen der Lehre Plus Projekte der TU Kaiserslautern konnten Falk Ahlhelm und Vijaleta Zhurava diese 3D-Modelle entwickeln und erstellen. Ihnen gilt ein besonderer Dank für ihre intensive und kreative Arbeit.

Zum Entstehen dieses Buches hat Andreas Matievits bereits bei der ersten Auflage durch Konzeption, Erstellen der Zeichnungen, Gestaltung des Layouts und der Titelgrafik entscheidend beigetragen. Ihm, allen Mitarbeiter\*innen sowie den Studierenden, die in den vergangenen Jahren durch ihre Zeichnungen, Ideen und Beiträge einen Anteil am Zustandekommen und der Weiterentwicklung dieses Buches haben, danke ich an dieser Stelle sehr herzlich.

Kaiserslautern, im März 2022

Cornelie Leopold



## Hinweise zu den digitalen 3D-Modellen und Animationen

Viele der in Zeichnungen und Bildern dargestellten Beispiele in diesem Buch können auf der Plattform **Sketchfab** für 3D-Modelle beim Lesen und Erarbeiten der Themen begleitend als räumliche Modelle betrachtet und interaktiv bewegt werden. Die Erfahrung zeigte, dass die räumliche Vorstellung häufig Probleme bereitet und dadurch das Verständnis der geometrischen Grundlagen erschwert wird.

Die auf Sketchfab zur Verfügung gestellten digitalen Modelle können programm-unabhängig im Browser oder in einer App für Smartphones oder Tablets aufgerufen werden. Dies stellt ein wesentlicher Vorteil der universellen Verfügbarkeit der digitalen 3D-Modelle auf dieser Plattform dar. Die Erkundung der Modelle erfolgt interaktiv mittels Maus, Touchpad bzw. Touchscreen.

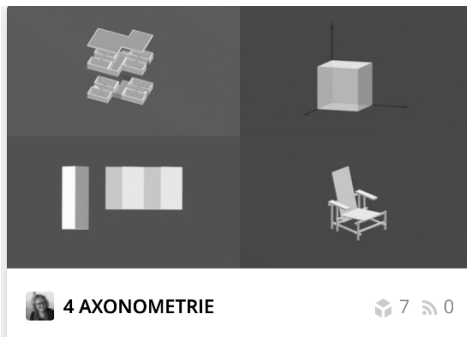


Bild 0.1: Beispiel einer Collection in Sketchfab, hier Kapitel 4 Axonometrie

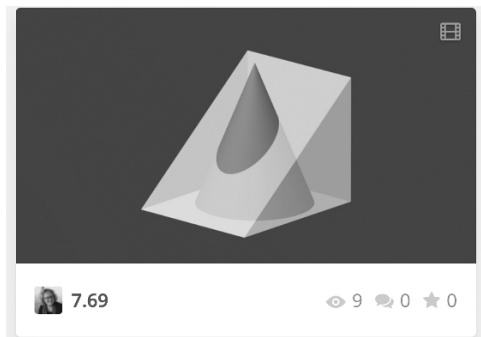


Bild 0.2: 3D-Modell eines Beispiels aus Kapitel 7 in Sketchfab mit der Bildnummer 7.69

Die in Sketchfab angelegten **Collections** entsprechen den Kapiteln des Buches. Die einzelnen Modelle sind entsprechend der Bildnummer im Buch nummeriert, so dass sie über diese Bildnummer dem jeweiligen Beispiel in Zeichnung oder Foto zugeordnet werden können.

Die Modelle können jederzeit interaktiv räumlich gedreht werden, so dass die Räumlichkeit klar wird und unterschiedliche Sichten auf das Objekt eingenommen werden können. Wenn es sich um eine Animation handelt, ist rechts oben ein Filmsymbol angezeigt wie in Beispiel 7.69 (Bild 0.2). Die Animation startet beim Aufruf des Modells automatisch und kann jederzeit gestoppt werden. Auch während der Animation kann das Modell räumlich gedreht werden. Die 3D-Modelle und Animationen zu diesem Buch sind zu finden unter:

<https://sketchfab.com/cornelieleopold/collections>



Nach dem Aufruf des 3D-Modells in Sketchfab kann der Nutzer selbst eine bestimmte Sicht auf das räumliche Objekt erkunden, aber auch die beim Zeichnen üblichen Ansichten über eine Auswahl einnehmen. Bild 0.3 zeigt ein vereinfachtes Modell der Baumhäuser nach Piet Blom (vgl. Bild 1.5 und 1.6). Über die Knöpfe ❶ und ❷ können voreingestellte Ansichten eingenommen werden. In diesem Beispiel kann über den Knopf ❶ die Sicht von oben (Grundriss) und über ❷ die Sicht von vorne (Aufriss) eingestellt werden. Zusätzlich erscheint im Bild unten ein Menü, über das zu den verschiedenen Ansichten, hier Grundriss und Aufriss, weitergeblättert werden kann. Dadurch kann der Zusammenhang zwischen räumlichem Objekt und den zweidimensionalen Darstellungen in Rissen beim Zeichnen hergestellt und erklärt werden.

**Animationen** werden in vielen Modellen zusätzlich verwendet, um Prozesse zu zeigen. Diese Prozesse können ganz unterschiedlich sein.



Bild 0.3: 3D-Modell der Baumhäuser nach Piet Blom, neben dem freien Drehen im Raum kann über die Knöpfe ❶ die Sicht von oben (Grundriss) und ❷ die Sicht von vorne (Aufriss) eingestellt werden

So wird beispielsweise bei wichtigen geometrischen Konstruktionen die dem Zeichnen zugrundeliegende räumliche Vorstellung durch Animationen erläutert. Bild 0.4 zeigt die Methode der Deckgeraden (vgl. Bild 5.22), um den Schnittpunkt einer Geraden mit einer Ebene in Grund- und Aufriss zu konstruieren. Dazu erscheint in der Animation zuerst eine vertikale, grundrissprojizierende Ebene, die durch die Gerade hindurchgelegt wird, die die Ebene und das darunter sitzende Prisma durchschneidet. Dieses Durchschneiden kann in der Animation gezeigt werden, indem das Prisma durchgeschnitten wird und der weggeschnittene Teil wegrückt. In der Schnittebene ist dann der Schnittpunkt der Geraden mit der Ebene klar erkennbar. Diese Vorstellung ist beim Zeichnen erforderlich, die mit dieser Animation als Schnittprozess erfahrbar ist. Viele andere Zeichenmethoden können durch die Animation visualisiert werden, u. a. Ermitteln der wahren Gestalt von Figuren durch Paralleldrehen der Figur zu einer der Rissebenen, Konstruktion der Schnittkurve gekrümmter Flächen oder Schattenkonstruktionen.

Animationen können auch die Erzeugungsprinzipien gekrümmter Flächen wie z. B. Drehflächen (vgl. Kapitel 7.1.3) darstellen. Die 3D-Modelle tragen u. a. zum tieferen Verständnis der verschiedenen Arten von Durchdringungen: Vereinigung, Differenz und Durchschnitt bei, die mittels Animationen erläutert werden (vgl. Kapitel 8.1). Damit wird der Unterschied zwischen einem Kreuz- und einem Klostergewölbe (vgl. Bild/Modell 8.3 und 8.4) räumlich verständlich.

Die Abwicklung von Flächen in eine Ebene kann als Prozess durch das animierte Modell dargestellt werden. Der Zusammenhang von Objekt und seiner Abwicklung wird hierbei visualisiert. Bild 0.5 zeigt die Abwicklung eines Drehzylinderteils, die aus kreisförmiger Grundfläche, Mantelfläche und ellipsenförmiger Deckelfläche besteht. Auch während der Animation, die jederzeit angehalten und neu abgespielt werden kann, ist ein interaktives Drehen des räumlichen Objektes möglich.

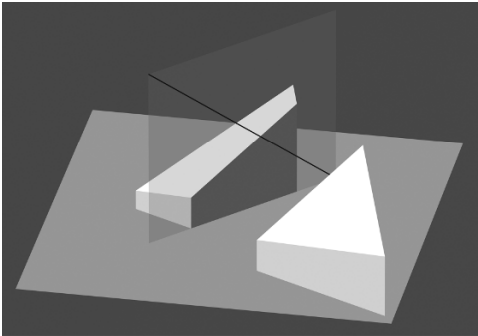


Bild 0.4: Animiertes 3D-Modell zur Methode der Deckgeraden

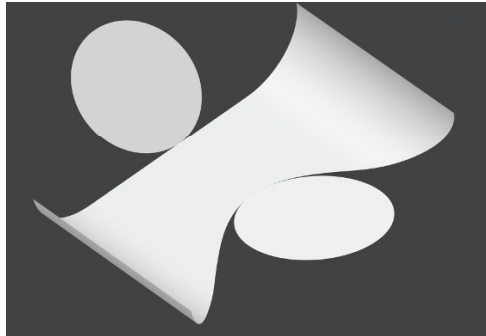


Bild 0.5: Animiertes 3D-Modell zur Abwicklung eines Drehzylinderteils

Während die Leser\*innen die Inhalte des Buches durcharbeiten, insbesondere durch eigenes Zeichnen der Beispiele, kann durch das Betrachten der jeweiligen 3D-Modelle das räumliche Verständnis unterstützt werden, das für das Begreifen der Zeichenmethoden wesentlich ist. Durch diese Kombination aus 2D-Zeichnung, digitalem 3D-Modell und Animation der Vorgehensweise konnte die Vermittlung der Themen dieses Buches weiter optimiert werden.